**Полезные формулы для решения задач СиРРСП**

В качестве функции сравнения двух аналоговых сигналов используется **коэффициент корреляции** Пирсона *rxy*.



Степень корреляции выражается как *rxy*и имеет диапазон *rxy* от -1 до +1.

Для цифровых сигналов *rxy* является положительным только при совпадении типов сигналов (битовая частота и фаза).



где *mB*- число всех совпавших битов, *uB* – число всех несовпавших битов, *N* – общее число битов. Закономерность выполняется и для фазоманипулированной модуляции несущей частоты.

Закон **Снеллиуса** для расчёта траектории радиосигналов



или *ni*⋅sin*θi* = const

**Электрические свойства среды распространения радиоволн**

а) свободное пространство

 = 8,854 ·10–12 , Ф/м  и

*μ*0 = 4⋅*π*⋅10-7 = 1,256 ·10–6 , Гн/м. .

*εа*=*ε*⋅*ε*0, *μа*=*μ⋅μ*0, *n*2=*ε* ⋅*μ*. ,

 Для вакуума *ε* = *μ* = 1, для любых иных сред *ε* ≠ 1,  *μ* ≠1. Воздух *ε* = 1,00059.

**Зоны Френеля**

**Из литературы:**

Возвышение сферической земной поверхности над прямой линией, соединяющей опоры антенн:



Радиус *n* –ой зоны Френеля



Радиус (минимальной) зоны Френеля

****

Радиус первой зоны Френеля:

                                                (1)

где *d*0 - протяжённость пролёта, км,

*f* - рабочая частота, (ГГц),

*kj* - относительная координата наивысшей точки на трассе, *kj* = *dj*/*d*0.

Площади всех зон Френеля одинаковы: Вывести новую формулу из предыдущей модели



    Эквивалентный радиус Земли *Rе*



                                                               (2)

где *R*⊕ - геометрический радиус Земли (6370 км),

*g* =*ε /d* - вертикальный градиент диэлектрической проницаемости атмосферы (1/м). Показатель преломления атмосферы (*nатм*) определяется выражением

  (3)

*nатм* - показатель преломления атмосферы, представляющий собой отношение эквивалентного радиуса Земли (при атмосферной рефракции) к геометрическому радиусу Земли

**Наши формулы:**

Радиус первой зоны Френеля в середине трассы.

***С*1**

***D***

***d*0**

***ρ*1=*b***

***Y***

***Z***

***N***

***C***

***dj***

***A*1**

***A*2**

***x***

***K***

***A***

***M***

***h*2**

***h*1**

***ρj***

***B***

***T***

***R***

***O***

Используя первый закон Кеплера для эллиптических орбит и условие о том, что в первой зоне Френеля непрямой луч должен пройти путь максимум на *λ*/4 больше прямого луча, находим, что расстояние от фокуса эллипса до края большой полуоси *АТ* должно составлять *λ*/8. То есть *TCR* – *TR* = *λ*/4. Введём обозначения

*RB* = *AT* =*λ*/8, *C*1*O* = *b* = *ρ*1,

*AO* = *OB* = *a* = *d*0/2 + *λ/*8*,*

*TO = OR = d*0/2.

Тогда получаем



**Из литературы:**

Отступ линии связи от верхней части поверхности земли

*H*(0) 

- рефракция радиосигнала за счёт электрической проницаемости и проводимости воздуха.

;

*H*(‾*ε* +*σ*) = *H*(0) + Δ*H*(‾ε+*σ*).

**Импеданс среды** распространения радиоволн

*Rx* =  = 120π = 377 Ом.

**Напряжённость** радиоволны *РАТ –* излучаемая антенной мощность сигнала, *GT* – коэффициент усиления излучающей антенны.



**Коэффициент пространственного затухания радиоволны**

*Lp*= *L*0⋅Δ*Li*. То есть *PAR* = *PAТ* / *Lp*. 

В децибелах *L*0, дБ = 92.4 + 20 lg (*f*(ГГц) + 20 lg *d*(км)*.*

**Диаграмма направленности антенны**

Ширина главного лепестка ДН определяется углом между значениями 0,77 напряжённости *Е* или 0,5 мощности *Р* излучения вдоль главной оси и рассчитывается выражением , где *λ* - длина волны излучения, *D* – диаметр раскрыва параболической антенны.

Пространственная **диаграмма направленности антенны** *f* (*θ*, *ϕ*)

 

В качестве нормированной диаграммы направленности целесообразно использовать измеренное экспериментально пространственное распределение мощности. Если таковой нет, главный лепесток диаграммы следует аппроксимировать (описать приближенно) посредством выражения типа

*f*(*ϕ*)=[sin*x* /*x*],

где *х* является функцией ширины диаграммы направленности

,

или кривой Гаусса, которая для горизонтальной плоскости определяется как

*Р*(*ϕ* ***z***) = *PAT ⋅* exp{-0,69⋅(*δϕ* ***z***)2}. (10)

В выражении (10) *δϕ z* - отношение угла направления излучения *ϕ z* к половинному углу диаграммы направленности *ϕ*1, *Р*(*ϕz*) – относительная мощность радиоволны в направлении *ϕ z* . Естественно, что для вертикальной плоскости аргументами приведенной функции будут *θ*1 и *δθ z*. Для значения *PAT* = 1 относительные вариации *Р*(*ϕ z*) сведём в таблицу 1.

Таблица 1 - Значение функции *Р*(*δϕ*) от направления излучения

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *δϕ* z | *Р*(*ϕ* z) | *Р*(*ϕ* z), дБ | *δ*ϕ z | *Р*(*ϕ* z) | *Р*(*ϕ* z), дБ |
| 0 | 1 | 0 | 1,8 | 0,11 | -9,6 |
| 0,25 | 0,96 | - 0,18 | 1,9 | 8.3⋅10-2 | -10,8 |
| 0,5 | 0,84 | - 0,76 | 2,0 | 6.3⋅10-2 | -12,0 |
| 0,75 | 0,68 | -1,7 | 2,1 | 4,77⋅10-2 | -13,3 |
| 1,0 | 0,5 | - 3,0 | 2,2 | 3,55⋅I0-2 | -14,5 |
| 1,1 | 0,43 | -3,7 | 2,3 | 2.6⋅10-2 | -15,9 |
| 1,2 | 0,37 | -4,3 | 2,4 | 1.88⋅10-2 | -17,3 |
| 1,3 | 0,31 | -5,1 | 2,5 | 1.34⋅10-2 | -18,7 |
| 1,4 | 0,26 | -5,9 | 2,6 | 9.42⋅10-3 | -20,26 |
| 1,5. | 0,21 | -6,8 | 2,7 | 6.54⋅10-3 | -21,8 |
| 1,6 | 0,17 | -7,7 | 2,8 | 4.47⋅10-3 | -23,5 |
| 1,7 | 0,14 | -8,5 | 2,9 | 3.02⋅10-2 | -25,2 |

Коэффициент усиления параболической антенны определяется выражением:

*GA* = *q*×π2*DA*²/λ²,

где *q* = 5 - 7 – коэффициент использования поверхности антенны.

 *P*(*θ,ϕ*)*=P*(*θ* , 0)⋅*P*(0, *ϕ*),  

При расчётах можно выбрать параметры типовых антенн задаться диаметрами антенн (для параболических структур) и определить их коэффициенты усиления из соотношения:

*G*= 20lg(*D*) + 20 lg(*f*) +17.5,

где *f* - рабочая частота в ГГц.

Объёмная диаграмма коэффициента направленности может быть представлена отношением площадей полной сферы шара *Sf* и занимаемого в действительности сегмента *Ss*. То есть *G*= *Sf / Ss.*

***d***

***r***

**0**

***h***

*θ/*2

***d***

Рисунок - К расчёту коэффициента направленности параболической антенны

*Sf=4πd2*, *Ss=π*(2*r*2*+h*2), *r*=*d⋅*sin*θ/*2 – радиус площади сегмента, *h*=*d*(1-cos*θ/*2), *θ* - диаграмма направленности антенны, *d*- удаление точки измерения от антенны, *h* – высота сегмента.

**Декартовая и сферическая системы координат**

***Y***



***Z***

***X***

***O***

***A***

***B***

***R***

***Т***

***ZR***

***ZТ***

***XТ***

***XR***

***YR***

***YТ***

***d***

***hR***

***hS***

***LТ***

***LR***

***γ***

*OA*=*OB*=*R*⊕ - средний радиус Земли = 6371 м;

*hR*= *AR* и*hS* = *BТ* – высоты приёмника и навигационной точки над поверхностью Земли;

*X*, *Y*, *Z* – оси ортогональных геоцентрических (декартовых) координат;

*ZТ*= (*hТ*+ *R*⊕)⋅sin*ϕТ*, *L*Т = ( *hТ* + *R*⊕)⋅cos*ϕТ*;

*ZR*= (*hR*+ *R*⊕)⋅sin*ϕR*, *LR*= ( *hR*+ *R*⊕)⋅cos*ϕR*,

*XТ*=*LТ*⋅cos*λТ*, *YТ*=*LТ*⋅sin*λТ*,

*XR*=*LR*⋅cos*λR*, *YR*=*LS*⋅sin*λR*,

где *ϕ*  и *λ* - широта и долгота; *Z* и *L* – проекции векторов на вертикальную ось и экваториальную плоскость геоцентрической декартовой системы координат.

Определение трёх искомых значений осевых проекций *ХR*, *YR*, *ZR* точки *R* понадобится решать сис­тему из четырёх уравнений:

**,***i*=1, 2, 3, 4.

В результате решения системы уравнений мы находим значения составляющих *XR*,  *YR*и *ZR*, из которых уже следует рассчитать географические координаты и высоту потребителя.

Сначала из значений *X* и *Y* рассчитывается вектор *L*, расположенный в экваториальной плоскости.

*LR*=

Затем из отношения *X*/*L* рассчитывается долгота нахождения потребителя

*λR*=arc cos (*XR*/*LR*).

Далее находится полная величина вектора

(*h*R+*R*⊕)= (5)

Тогда географическая широта местонахождения приёмника определяется из следующего выражения

*ϕR*=arc sin [*ZR*/(*hR*+*R*⊕)],

а высота приёмника *hR* из выражения (5) с учётом (4).

В **полярной** системе координат удаление приёмника от передатчика *d* определяется из разности векторов ***OТ****-****OR*** находим:



где *γ* - угол между приёмником и передатчиком,

 (А)

*ОТ*= *R*⊕ +*hТ*,  *OR*= *R*⊕ + *hR.*

**Условия достоверного приёма информации**

Клод Шеннон показал, что максимально возможное количество информации, которую можно передать в единицу времени по каналу связи с шумами (***пропускная способность***), пропорционально логарифму отношения мощности полезного сигнала к мощности шумов и помех.

*C =* Δ*f⋅*log2(1*+ Ps /Pn*), (1)

где *С* – максимально возможная пропускная способность канала связи (бит/с);

*Ps* – мощность сигнала на входе приёмного устройства (Вт);

*Pn* – мощность шума на входе приёмного устройства (Вт).

Нормированная версия *Ps /Pn*  для цифровых каналов связи.

Взаимосвязь мощностей и энергии сигнала для цифровых систем основывается на простом и понятном выражении (3). Учитывая, что по определению энергия сигнала E = ST0, а мощность шума N = N0W, где *Т*0 - время передачи сигнала, получаем:

 (7)

Величина WT0 (то есть, время передачи одного символа, умноженное на ширину полосы) иногда именуется базой сигнала и в данном случае является коэффициентом пере­счёта отношения энергий сигнала и шума в отношение их средних мощностей. Безразмерное отношение Eb/N0 - это стандартная качественная мера производитель­ности систем цифровой связи.

При передаче цифрового сигнала с форматом модуляции M-QAM (M - формат моду­ляции или число элементов пространства сигналов при цифровой модуляции) число уровней амплитуд *L* определяется как

L =  (8)

а энергия символа сигнала определится по формуле:

Es = Eb log2 L .



В более привычной для нас логарифмической форме:

S/N = Eb/N0 + 10lg(*m*) , (11)

где m = 2(log2*L*) =log2*M*- коэффициент мапинга (число бит на символ информации).

**Чувствительность приёмника**:

 , (28)

где *PnAR* - мощность шумов в полосе приёмника на входе приёмника, *Ps* и *Pn* - мощности сигнала и шумов на выходе приёмника, *В* – выигрыш в отношении шумов от использованного типа модуляции.

В плоской волне имеются лишь составляющие *Еy* и *Нz* и ве­личина вектора Умова-Пойнтинга равна



Максимальная дальность связи *dmax* :

**

Приведённые выше соотношения позволяют осуществить моделирование ра­диотрассы в свободном пространстве.

Выражение для комплексной диэлектрической проницаемости ** принимает вид:

 ,

где знак «+» перед корнем в знаменателе даёт решение для обыкновенной, а знак «-» - для необыкновенной компонент радиосигнала.